

XXVI Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике

Конференц-зал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
Нахимовский пр-т. 36, ст. метро «Профсоюзная»
18-19 декабря 2017 г.

КРАТКИЕ АННОТАЦИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Аксенов А.В., Доброхотов С.Ю., Дружков К.П.	5
Класс точных решений системы уравнений одномерной мелкой воды над наклонным дном	5
Алексеева Е.С., Рассадин А.Э.	6
Коэффициенты нелинейных искажений наблюдаемых, определяемых вырожденным уравнением Дуффинга	6
Алтайский М.В., Гнатич М.М., Капуткина Н.Е.	7
Перенормировка вязкости в квантово-полевой модели турбулентности на основе вейвлет преобразования.....	7
Бадулин С., Григорьева В.	8
Слабая турбулентность морского волнения и спутниковая альтиметрия	8
Банникова Е.Ю., Конторович В.М., Пославский С.А.	9
Галактический кольцевой вихрь как образ загадочного объекта Хога.....	9
Балакин А.А., Литвак А.Г., Миронов В.А., Скобелев С.А.	10
Самокомпрессия лазерных импульсов в системе слабо связанных активных световодов.....	10
Будаев В.П.	11
Стохастическая кластеризация поверхности при взаимодействии плазмы с материалами.....	11
Вергелес С., Огородников Л.	12
Статистика интенсивности случайного сигнала при распространении в оптоволокне в слабонелинейном режиме.....	12
Веретенев Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.	13
Трехмерные топологические лазерные солитоны	13
Гаврилов А.С., Селезнев А.Ф., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М., Фейгин А.М.	14
Линейные динамические моды как новые переменные для эмпирического прогноза динамики Эль-Ниньо	14
Гелааш А.А.	15
Роль бризеров в развитии модуляционной неустойчивости из малых локализованных и периодических возмущений.....	15

Дрюма В.С.

О решении уравнений течения несжимаемой жидкости в лагранжевых переменных

Институт математики и информатики АН РМ, Кишинев

Уравнения трехмерных течений несжимаемой жидкости в лагранжевых переменных имеют вид

$$\frac{d^2 X^i}{dt^2} = -[X^j, X^k, P] + \mu \left[X^2, X^3, \left[X^2, X^3, \frac{dX^i}{dt} \right] \right] + \mu \left[X^3, X^1, \left[X^3, X^1, \frac{dX^i}{dt} \right] \right] + \mu \left[X^1, X^2, \left[X^1, X^2, \frac{dX^i}{dt} \right] \right], \quad (1)$$

$$[X^1, X^2, X^3] = \frac{dX}{dx} \frac{dY}{dy} \frac{dZ}{dz} - \frac{dX}{dx} \frac{dY}{dz} \frac{dZ}{dy} - \frac{dX}{dy} \frac{dY}{dx} \frac{dZ}{dz} + \frac{dX}{dy} \frac{dY}{dz} \frac{dZ}{dx} + \frac{dX}{dz} \frac{dY}{dx} \frac{dZ}{dy} - \frac{dX}{dz} \frac{dY}{dy} \frac{dZ}{dx} = 1, \quad (2)$$

Здесь $P=P(x,y,z,t)$ – давление, μ – коэффициент вязкости, $X^i = X^i(x,y,z,t)$ – зависящие от времени координаты частиц жидкости, $i=1,2,3$, идентифицируемых по значениям векторного параметра $\vec{x}=(x,y,z)$.

В докладе будут приведены примеры точных частных решений системы уравнений (1) и (2), в конструкции которых основная роль принадлежит условию несжимаемости жидкости (2). На этом пути появляется возможность привлечения результатов теории полиномиальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений $\frac{dX^i}{dt} = \sum a^i_{kj} X^k X^j$ с параметрами a^i_{kj} и обладающих предельными циклами для описания свойств полной системы уравнений (1) и (2).

Теорема 1.

В результате замены переменных вида

$$Y(x,y,z,t)=M\left(\frac{x}{t}, \frac{y}{t}, \frac{z}{t}\right)t, \quad Y(x,y,z,t) = L\left(\frac{x}{t}, \frac{y}{t}, \frac{z}{t}\right)t, \quad Z(x,y,z,t) = N\left(\frac{x}{t}, \frac{y}{t}, \frac{z}{t}\right)t, \quad (3)$$

соотношение (2) принимает вид

$$A(\xi, \eta, \chi) \frac{\partial L}{\partial \xi} + B(\xi, \eta, \chi) \frac{\partial L}{\partial \eta} + C(\xi, \eta, \chi) \frac{\partial L}{\partial \chi} - 1 = 0, \quad (4)$$

где $\xi = \frac{x}{t}$, $\eta = \frac{y}{t}$, $\chi = \frac{z}{t}$, с коэффициентами

$$A(\xi, \eta, \chi) = \frac{\partial N}{\partial \xi} \frac{\partial M}{\partial \eta} - \frac{\partial M}{\partial \xi} \frac{\partial N}{\partial \eta}, \quad B(\xi, \eta, \chi) = -\frac{\partial M}{\partial \xi} \frac{\partial N}{\partial \chi} + \frac{\partial M}{\partial \chi} \frac{\partial N}{\partial \xi}, \quad C(\xi, \eta, \chi) = -\frac{\partial N}{\partial \xi} \frac{\partial M}{\partial \chi} + \frac{\partial M}{\partial \xi} \frac{\partial N}{\partial \chi}, \quad (5)$$

которые можно рассматривать в качестве компонент бездивергентного векторного поля

$$\frac{\partial A(\xi, \eta, \chi)}{\partial \xi} + \frac{\partial B(\xi, \eta, \chi)}{\partial \eta} + \frac{\partial C(\xi, \eta, \chi)}{\partial \chi} = 0. \quad (6)$$

С помощью соотношений (4), (5) и (6) могут быть найдены компоненты скорости течения (3) с достаточно большим функциональным произволом, который используется далее для интегрирования полной системы уравнений (1) с учетом условий ее совместности.

Теорема 2. [4]

Квадратичная система уравнений

$$\frac{dy}{dt} = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_{11} x^2 + b_{12} xy + b_{22} y^2, \quad \frac{dx}{dt} = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_{11} x^2 + a_{12} xy + a_{22} y^2,$$

обладает предельными циклами при специальных значениях параметров b_i, a_i, b_{ij}, a_{ij} . При переходе к проективным координатам $\xi = \frac{x}{t}$, $\eta = \frac{y}{t}$, $\chi = \frac{z}{t}$ ей отвечает векторное поле с условием (6) на компоненты

$$\begin{aligned} A(\xi, \eta, \chi) &= 4a_0 \chi^2 + 4a_2 \eta \chi + (3a_1 - b_2) \xi \chi + 4a_{22} \eta^2 + (3a_{12} - 2b_{22}) \xi \eta + (2a_{11} - b_{12}) \xi^2, \\ B(\xi, \eta, \chi) &= 4b_0 \chi^2 + 4b_1 \xi \chi + (3b_2 - a_1) \eta \chi + 4b_{11} \xi^2 + (3b_{12} - 2a_{11}) \xi \eta + (2b_{22} - a_{12}) \eta^2, \\ C(\xi, \eta, \chi) &= -(b_2 + a_1) \chi^2 - (2b_{22} + a_{12}) \eta \chi - (2a_{11} + b_{12}) \xi \chi. \end{aligned} \quad (7)$$

В докладе будут рассмотрены некоторые примеры решений лагранжевых уравнений течения жидкости, порождаемых бездивергентными векторными полями вида (7).

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.С.Монин. О Лагранжевых уравнениях гидродинамики несжимаемой жидкости, Прикладная математика и механика. т. XXVI, 1962, с. 320-327.
2. V.S.Dryuma. On equations of incompressible liquids in Lagrangian variables. International Conference Современные проблемы механики сплошной среды, Тезисы докладов, МИАН, Москва, 13-15 ноября, 2017 г., с.14-16.
3. V.S.Dryuma. On Solving of Euler equations of ideal incompressible liquid. International Conference on Mathematical Control theory and Mechanics, Suzdal, July'3-7, Abstracts, 2015, с. 166-168.
4. V.S.Dryuma. Homogeneous extensions of the first order ODE's. International Conference "Algebraic Topology and Abelean functions". Moscow, 18-22 June, Steklov Mathematical Institute of RAS, Abstracts, 2013, с. 78-79.